Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

B.T.S. Groupement C MATHEMATIQUES
Session 2011

Correction

<table>
<tr><th></th><th>Questions</th><th>Réponses</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td rowspan="12">Exercice 1</td><td>A.1</td><td>$f(x)=(Ax+B)e^{-x}$, A et B constantes réelles</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>A.2.</td><td>$b=2$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>A.3.</td><td>$f(x)=(Ax+B)e^{-x}+2$, A et B constantes réelles</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A.4.</td><td>$f(x)=(2x+1)e^{-x}+2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.1.</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B.2.a.</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B.2.b.</td><td>Asymptote horizontale en $+\infty$ d'équation $y=2$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B.2.c.</td><td>Tracé en annexe de l'asymptote</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B.3.a.</td><td>$f'(x)=(1-2x)e^{-x}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.3.b.</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0,5</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(1-2x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td></td></tr>
<tr><td>e^{-x}</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td></td></tr>
<tr><td>f</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>$2+2e^{-0,5}$</td><td>↘</td><td>2</td></tr>
</table>
</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.4.a</td><td>$F'(x)=(2x+1)e^{-x}+2=f(x)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.4.b</td><td>$A=4\int_0^2 f(x)dx=4\left[F(2)-F(0)\right]=28\left(1-e^{-2}\right)$cm².
D'où $A\approx 24{,}21$ cm².</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="11">Exercice 2</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A.</td><td>$P(237{,}18\le X\le 238{,}82)\approx 0{,}959$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.1.</td><td>Un prélèvement est constitué de 50 épreuves identiques et indépendantes.
Y_1 suit la loi binomiale de paramètres $n=50$ et $p=0{,}04$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.2.</td><td>$P(Y_1=0)=0{,}96^{50}\approx 0{,}13$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.3.a.</td><td>Y_2 qui suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda=2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B.3.b.</td><td>$P(Y_2\leqslant 3)\simeq 0{,}857$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>C.1.</td><td>L'hypothèse alternative H_1 : « $\mu\neq 238$ ».</td><td>1</td></tr>
<tr><td>C.2.</td><td>$h\approx 0{,}118$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>C.3.</td><td>On prélève un échantillon de 45 disques et on calcule la moyenne de leurs diamètres.
• Si cette moyenne est dans l'intervalle [237,882 ; 238,118], on accepte H_0 au seuil de risque de 5 %.
• Si cette moyenne n'est pas dans l'intervalle [237,882 ; 238,118], on rejette H_0 au seuil de risque de 5 % et on accepte H_1.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>C.4.</td><td>Oui car $\bar{z}=237{,}91\in$ [237,882 ; 238,118].</td><td>1</td></tr>
</table>

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

Exercice 1

Partie A

1. (E_0) : $y''+2y'+y=0$.
   $r^2+2r+1=0 \Leftrightarrow (r+1)^2=0 \Leftrightarrow r=-1$.
Les solutions de (E_0) sont les fonctions f définies sur **R** par :

$$f(x)=(Ax+B)e^{-x}, \quad \text{où } A \text{ et } B \text{ sont deux constantes réelles.}$$

2. $\forall x \in \mathbf{R}$, $g(x)=b$ donc $g'(x)=g''(x)=0$.

g solution de (E) $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbf{R}$, $g''(x)+2g'(x)+g(x)=2 \Leftrightarrow b=2$.
Donc $b=2$.

3. Les solutions de (E) sont donc les fonctions définies sur **R** par :

$$f(x)=(Ax+B)e^{-x}+2, \quad \text{où } A \text{ et } B \text{ sont deux constantes réelles.}$$

4. Soit f une solution particulière de l'équation (E) sur **R**. $f(x)=(Ax+B)e^{-x}+2$.

On en déduit : $\begin{cases} f(0)=3 \\ f(-\frac{1}{2})=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B+2=3 \\ -\frac{A}{2}+B=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=1 \\ A=2B=2 \end{cases}$. Donc $f(x)=(2x+1)e^{-x}+2$.

Partie B : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x)=(2x+1)e^{-x}+2$.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2. a. $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x)=2xe^{-x}+e^{-x}+2$.

Or $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}=0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$.

b. On en déduit l'existence d'une asymptote horizontale D à C en $+\infty$ d'équation $y=2$.

c. Tracé de la droite en annexe.

3. a. On appelle f' la fonction dérivée de f sur **R**.

$\forall x \in \mathbf{R}$, $f'(x)=2e^{-x}+(2x+1)(-e^{-x})+0=(2-2x-1)e^{-x}=(1-2x)e^{-x}$.

b.

x	$-\infty$		$0{,}5$		$+\infty$
$(1-2x)$		$+$	0	$-$	
e^{-x}		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	↗	$2+2e^{-0,5}$	↘	2

Base Nationale des sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

4. Soit F la fonction définie sur **R** par : $F(x) = (-2x-3)e^{-x} + 2x$.

a. $\forall\, x \in \mathbf{R},\ F'(x) = -2e^{-x} + (-2x-3)(-e^{-x}) + 2 = (-2+2x+3)e^{-x} + 2 = (2x+1)e^{-x} + 2 = f(x)$.

Donc F est bien une primitive de f sur **R**.

b. f est positive sur [0 ; 2] et une unité graphique représente 2 cm donc une unité d'aire représente 4 cm². On en déduit l'aire A, en cm² :

$A = 4\int_0^2 f(x)dx = 4\left[F(2) - F(0)\right] = 4\left[-7e^{-2} + 4 - (-3)\right] = 28\left(1 - e^{-2}\right)$ cm².

D'où $A \approx 24{,}21$ cm².

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

Exercice 2

Partie A

La probabilité qu'une pièce prise au hasard dans la production soit conforme pour son diamètre est égale à $P(237{,}18 \leq X \leq 238{,}82)$.

X suit la loi normale de moyenne 238 et d'écart type 0,4 donc la variable aléatoire $T = \dfrac{X-238}{0{,}4}$ suit la loi normale centrée réduite.

$P(237{,}18 \leq X \leq 238{,}82) \approx 0{,}959$

Partie B

1. Un prélèvement est constitué de 25 épreuves élémentaires, identiques et indépendantes puisque le prélèvement est associé à un tirage avec remise. Chaque épreuve peut déboucher sur deux issues, disque conforme ou non. Y_1 le nombre de tirages donnant un disque non-conforme donc Y_1 suit la loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0{,}04$.

2. La probabilité que tous les disques du lot prélevé aient un diamètre conforme est $P(Y_1 = 0)$.

   $P(Y_1 = 0) = 0{,}96^{25} \approx 0{,}36$.

3. a. Y_2 qui suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 25 \times 0{,}04 = 1$.

4. b. La probabilité que le lot prélevé ait au plus 3 disques non-conformes est $P(Y_2 \leq 3)$.

   $P(Y_2 \leq 3) = P(Y_2 = 0) + P(Y_2 = 1) + P(Y_2 = 2) + P(Y_2 = 3) \approx 0{,}368 + 0{,}368 + 0{,}184 + 0{,}061 \approx 0{,}981$.

Partie C

1. L'hypothèse alternative H_1 est « μ ? 238 ».

2. La variable aléatoire $\overline{T} = \dfrac{\overline{Z}-238}{0{,}06}$ suit la loi normale centrée réduite.

$$P(238-h \leq \overline{Z} \leq 238+h) = 0{,}95 \Leftrightarrow P\left(\frac{-h}{0{,}06} \leq \overline{T} \leq \frac{h}{0{,}06}\right) = 0{,}95$$

$$\Leftrightarrow 2\Pi\left(\frac{h}{0{,}06}\right) - 1 = 0{,}95$$

$$\Leftrightarrow \Pi\left(\frac{h}{0{,}06}\right) = 0{,}975.$$

D'où $\dfrac{h}{0{,}06} \approx 1{,}96$ soit $h \approx 0{,}118$.

3. La règle de décision du test est :

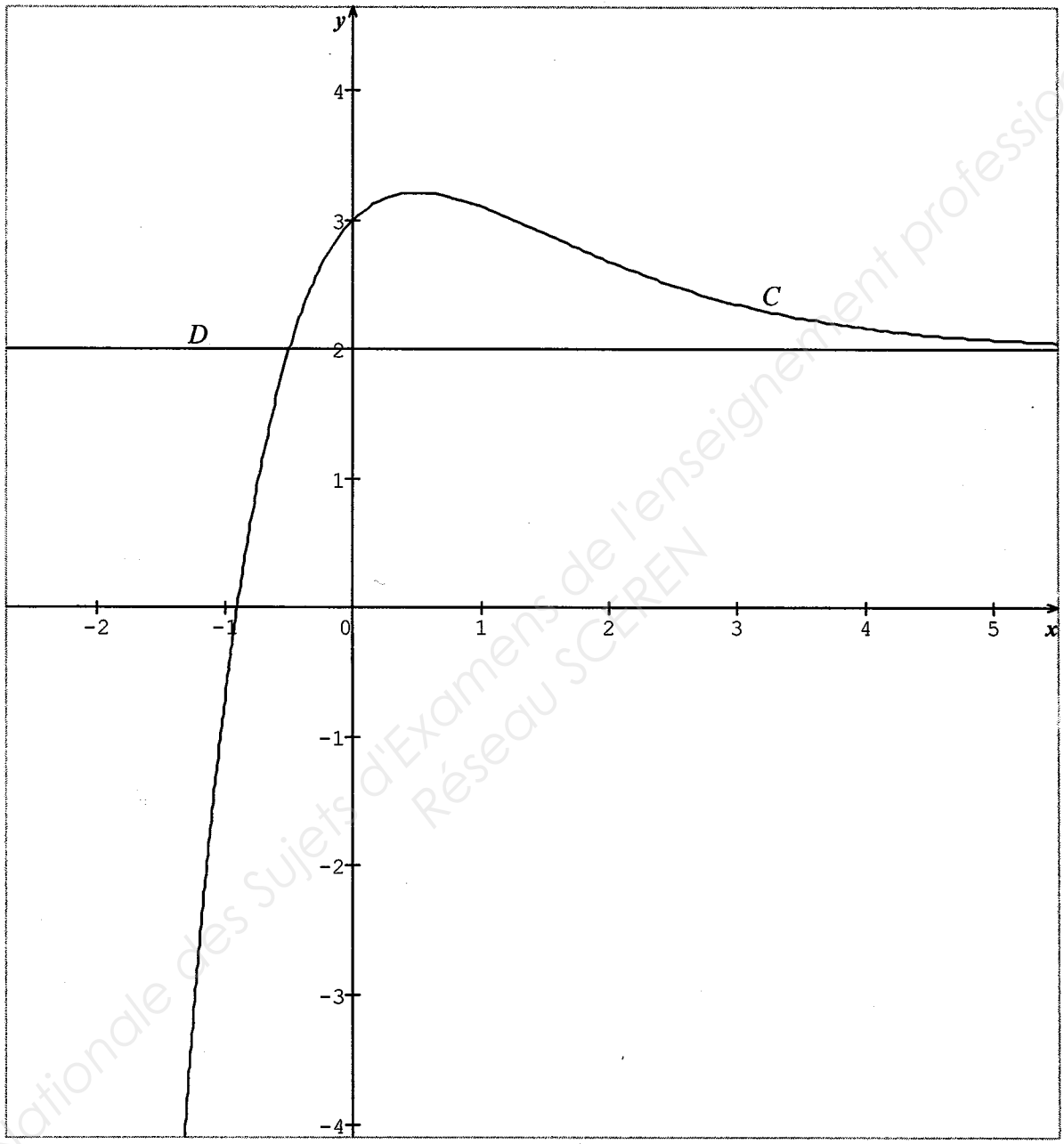
On prélève un échantillon de 45 disques et on calcule la moyenne de leurs diamètres.

- Si cette moyenne est dans l'intervalle [237,882 ; 238,118], on accepte H_0 au seuil de risque de 5 %.
- Si cette moyenne n'est pas dans l'intervalle [237,882 ; 238,118], on rejette H_0 au seuil de risque de 5 % et on accepte H_1.

4. Oui car $\overline{z} = 237{,}91 \in [237{,}882 ; 238{,}118]$.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

Annexe (à rendre avec la copie)



Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.